Олимпиада по математике 2020
учащихся учреждений начального профессионального образования
Калужской области

Во всех заданиях дать развернутое решение

Часть 1 (максимальная оценка каждого задания 8 баллов)

1.1. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.

1.2. На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

1.3. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1.4. Найдите $tg^2\alpha$, если $5sin^2\alpha + 13cos^2\alpha = 6$.

1.5. Найдите $\log_a(a^2b^3)$, если $\log_b a = -2$.

Часть 2 (максимальная оценка каждого задания 12 баллов)

2.1. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2+1}$.

2.2. Решите уравнение: $2\cos 2x + 4\sqrt{3}\cos x - 7 = 0$.

2.3. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60°. Одно из ребер параллелепипеда составляет с этой гранью угол в 60° и равно 2. Найдите объем параллелепипеда.

2.4. Решите неравенство: $5^x + \frac{1}{5^x} > 2$.

2.5. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, AB = 13, $tgA = \frac{1}{5}$. Найдите AH.