Олимпиада по математике 2019 учащихся учреждений начального профессионального образования Калужской области

Во всех заданиях дать развернутое решение

Часть 1 (максимальная оценка каждого задания 8 баллов)

- 1.1. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?
- 1.2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
- 1.3. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?
- 1.4. Найдите значение выражения $\frac{10cos\alpha+4sin\alpha+15}{2sin\alpha+5cos\alpha+3}$, если $tg\alpha=-2.5$.
- 1.5. Найдите значение выражения $(1 log_2 12)(1 log_6 12)$.

Часть 2 (максимальная оценка каждого задания 12 баллов)

- 2.1. Найдите минимум и максимум функции $y = x^3 + 3x^2 9x + 1$.
- 2.2. Решите уравнение: $\cos x = \cos \frac{x}{2}$.
- 2.3. В конус, радиус основания которого равен 3, вписан шар радиуса 1,5.
- а) Изобразите осевое сечение комбинации этих тел.
- б) Найдите отношение площади полной поверхности конуса к площади поверхности шара.
- 2.4. Решите неравенство: $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{2-x} \le 5$.
- 2.5. Высота AH ромба ABCD делит сторону CD на отрезки DH = 21 и CH = 8. Найдите высоту ромба.